

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Родиковой Евгении Геннадьевны

**«Факторизация, характеристика корневых множеств и вопросы
интерполяции в весовых пространствах аналитических функций»,**

представленной на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Характеризация корневых множеств и построение факторизационных представлений различных классов аналитических функций являются важнейшими направлениями исследований в комплексном анализе. Их истоки лежат в работах классиков комплексного анализа К. Вейерштрасса, Ж. Адамара, Ф. Бореля, Р. Неванлинны, В.И. Смирнова. Существенные приложения в теории операторов, к решению задач аппроксимации и интерполяции, доказательству теорем вложения, описанию замкнутых идеалов в алгебрах аналитических функций объясняют интерес к указанной тематике современных специалистов в области комплексного и функционального анализа: У. Хеймана, Ф.А. Шамояна, Б.И. Коренблюма, К. Сейпа, Б.Н. Хабибуллина, А.М. Джрбашяна и др.

К этому кругу исследований относится и диссертационная работа Е.Г. Родиковой. Целью работы является получение полного описания множеств нулей и построение факторизационных представлений весовых классов аналитических в круге и в полуплоскости функций, а также решение задачи свободной интерполяции, описание коэффициентных мультипликаторов и исследование вопросов вложения в весовых классах аналитических в круге функций с ограничениями на характеристику Р. Неванлинны.

Таким образом, **актуальность выбранной темы не вызывает сомнений.**

Перейдем к обзору основных результатов диссертации.

Основной объект исследования – весовые классы аналитических функций в круге и полуплоскости.

Во **введении** кратко излагается история вопроса, приводится обзор основных результатов работы.

Базовым понятием **параграфа 1.1** является понятие α -характеристической функции, введенное в 1964 г. М.М. Джрбашьяном, – обобщение хорошо известной характеристики Р. Неванлинны. Диссертанткой вводится в рассмотрение класс $N_{\alpha,\gamma}^p$ аналитических в единичном круге функций, α -характеристика которых принадлежит L^p - весовым пространствам Лебега. Целесообразность введения этого класса подробно описана во введении. Используя методы, разработанные в конце 90-х гг. в работах Ф.А. Шамояна, известные свойства интегро-дифференциальных операторов, Е.Г. Родиковой удалось получить полное описание корневых множеств класса $N_{\alpha,\gamma}^p$ и построить факторизационное представление этого класса функций.

В **параграфе 1.2** исследуются множества нулей класса $H_\varphi(E)$ – аналитических в круге функций, допускающих рост вблизи *конечного* множества точек на его границе. Задача характеристики корневых множеств этого класса естественным образом возникла в связи с работой А. Боричева, Л. Голинского, С. Купина (2009 г.), а также ввиду существенных приложений в других задачах теории функций. В теореме 1.3 полностью описаны корневые множества функций из класса $H_\varphi(E)$, когда φ имеет конечный порядок роста. Кроме того, получен аналог хорошо известной теоремы Хеймана-Коренблюма (1980 г.) для случая, когда E – конечное множество точек на единичной окружности, то есть найдено необходимое и достаточное условие на мажоранту φ , при котором нулевые множества класса $H_\varphi(E)$ характеризуются известным условием Бляшке.

В параграфе 1.3 найдено необходимое условие на нули функций из класса И.И. Привалова Π_p ($0 < p < 1$), введенного в 50-х гг. 20 в., близкое к достаточному. В случае $1 \leq p < +\infty$ корневые множества этого класса характеризуются хорошо известным условием Бляшке.

Параграфы 1.4, 1.5 посвящены характеристике корневых множеств аналитических в полуплоскости функций с мажорантой бесконечного порядка и построению факторизационного представления указанного класса функций. В случае конечного порядка роста мажоранты аналогичная задача была рассмотрена в работах Н.В. Говорова. В случае целых функций – в работах Ф.А. Шамояна и С.В. Быкова. Таким образом, представленные результаты продолжают и развивают имеющиеся в этом направлении исследования.

В параграфе 2.1 в явном виде получено решение задачи свободной интерполяции в классе аналитических в единичном круге функций со степенным ростом характеристики P . Неванлинны. В доказательстве центрального результата этого параграфа существенную роль играет факторизационное представление исследуемого класса.

В параграфе 2.2 исследуется вопрос вложения классов аналитических в круге функций, характеристика P . Неванлинны которых принадлежит L^p -весовым пространствам, в обычное пространство Лебега $L^p(\mu)$ при всех $0 < p < +\infty$. Интересен тот факт, что характеристика мер, как доказано в работе, существенно зависит от параметра p , хотя в классах Харди и Бергмана такая зависимость отсутствует.

Параграф 2.3 условно можно разделить на две части. В первой части получены точные оценки максимума модуля и коэффициентов Тейлора функций из класса S_α^p , аналитических в единичном круге функций, характеристика P . Неванлинны которых принадлежит L^p -весовым пространствам. Эти результаты восходят к классической теореме С.Н. Мергеляна. Вторая часть этого параграфа – приложение полученных

оценок к решению задачи характеристики коэффициентных мультипликаторов из класса S_α^p в классы Харди.

Отметим наиболее существенные замечания:

– для сокращения формулировок было бы целесообразно ввести понятие «нетривиальной функции», подразумевая под ним отличную от тождественного нуля функцию;

– в работе имеются некоторые опечатки и неточности, например:

а) на с. 30¹² используется соотношение $\frac{1}{\pi_\beta(z, z_k)} \in N_{\alpha, \gamma}^p$, но функция $\frac{1}{\pi_\beta(z, z_k)}$

не является аналитической;

б) с. 63_{1,3} в промежуточной оценке интеграла J_2 (см. формулу (1.66)) должно быть:

$$J_2 \leq \frac{3R}{8\pi} \int_{-R}^R \left(\frac{1}{t^2 + \frac{R^2}{4}} - \frac{1}{R^2 + \frac{t^2}{4}} \right) \cdot \ln^+ |f(t)| \leq cR \int_0^R \frac{1}{t^2 + \frac{R^2}{4}} \varphi(c_2 |t|) dt = o(\varphi(c_2 R)), R \rightarrow +\infty;$$

в) с. 64⁴ в задании отображения верхней полуплоскости на себя с помощью функции $\zeta = az + b$, $a > 0$, должно быть $b \in \mathbb{R}$;

г) с. 85⁵ в цитировании леммы 2.3 из источника [41], согласно списку литературы в диссертации, оценка (2.26) справедлива при всех $s > \alpha_\omega > 1$ (пропущено α_ω), где $\alpha_\omega = \frac{\ln(1/m_\omega)}{\ln(1/q_\omega)}$ (см. [41, с. 13]).

Указанные недостатки не снижают общего очень хорошего впечатления от диссертационной работы и не влияют на ее положительную оценку. Представленная Е.Г. Родиковой диссертация представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком научном уровне.

Основными результатами диссертации являются:

– Полное описание корневых множеств и факторизационное представление весовых классов аналитических в круге функций, α -характеристика которых принадлежит L^p -весовым пространствам.

- Полное описание корневых множеств весовых классов аналитических в единичном круге функций, допускающих рост вблизи конечного множества точек на граничной окружности.
- Полное описание корневых множества и факторизационное представление весовых классов аналитических в полуплоскости функций, имеющих мажоранту бесконечного порядка в окрестности бесконечно удаленной точки.
- Решение интерполяционной задачи в классе аналитических в круге функций со степенным ростом характеристики P . Неванлинны.
- Доказательство теорем вложения для весовых классов аналитических в единичном круге функций, характеристика P . Неванлинны которых принадлежит L^p -весовым пространствам.
- Описание коэффициентных мультипликаторов из весовых классов аналитических в единичном круге функций, характеристика P . Неванлинны которых принадлежит L^p -весовым пространствам, в классы Харди.

Диссертация состоит из введения, двух глав и списка использованной литературы. Работа занимает 121 страницу. Библиография содержит 60 наименований.

Все приведенные в диссертации утверждения **являются строго доказанными** научными фактами. Основные результаты диссертации прошли апробацию на ряде конференций и получили одобрение ведущих специалистов. **Результаты полно и своевременно опубликованы** в 14 научных работах, 5 из которых – в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Её ценность определяется тем, что все результаты получены автором впервые и послужат базой для дальнейших исследований и приложений.

Характер представления материала в диссертации хорошо продуман, содержание работы изложено ясно и с достаточной степенью подробности.

На основании вышесказанного считаю, что диссертационная работа Родиковой Евгении Геннадьевны «Факторизация, характеристика корневых множеств и вопросы интерполяции в весовых пространствах аналитических функций» соответствует всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям ВАК РФ, в том числе п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а её автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математики
Брянской государственной инженерно-
технологической академии

О.В. Охлупина

